

۱- دامنه‌ی تابع  $y = \frac{\sqrt{1-x}}{[x]}$  را تعیین کنید.

دبیرستان و پیش‌دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۷ - حسابان

۲- تابع  $g$  با ضابطه‌ی  $g(x) = \sqrt{x-1}$  مفروض است. دامنه‌ی تابع  $g \circ g$  را بدون تشکیل ضابطه‌ی آن بیابید.

دبیرستان و پیش‌دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۷ - حسابان

۳- تابع  $g$  با ضابطه‌ی  $g(x) = \sqrt{x-1}$  مفروض است. ضابطه‌ی تابع  $g \circ g$  را بنویسید.

دبیرستان و پیش‌دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۷ - حسابان

۴- در معادله‌ی درجه دوم  $4x^2 - 16x + m = 0$  یکی از ریشه‌ها دو واحد بیشتر از ریشه‌ی دیگر است. مقدار  $m$  و هر دو ریشه‌ی معادله را بیابید.

دبیرستان و پیش‌دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۷ - حسابان

۵-  $f$  تابعی یک به یک است و  $f^{-1}$  معکوس  $f$  است. ضابطه‌ی تابع معکوس تابع  $g(x) = 1 - 2f(x+3)$  را بیابید.

دبیرستان و پیش‌دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۷ - حسابان

۶- درستی رابطه‌ی مقابل را بررسی کنید.

$$\frac{4 \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}{\sin 5\alpha + \sin \alpha} = \frac{1}{\sin 3\alpha}$$

دبیرستان و پیش‌دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۷ - حسابان

۷- حد زیر را در صورت وجود بیابید. ( $[ ]$  نماد جزء صحیح است).

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - x - 1}{x^2 - x}$$

دبیرستان و پیش‌دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۷ - حسابان

۸- حد زیر را در صورت وجود بیابید. ( $[ ]$  نماد جزء صحیح است).

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin 2x}{\sqrt{1 - \cos 2x}}$$

دبیرستان و پیش‌دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۷ - حسابان

۹- تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x+8} - 2}{x}$  مفروض است.  $f(0)$  را چنان بیابید که تابع  $f$  در  $x_0 = 0$  پیوسته باشد.

دبیرستان و پیش‌دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۷ - حسابان

۱۰- مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).

$$y = \operatorname{tg}^3(x^2) + \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right)$$

دبیرستان و پیش‌دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۷ - حسابان

$$y = \frac{(2x+1)^5}{x\sqrt{x}}$$

۱۱- مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۷ - حسابان

$$x^2 + x^3 y^4 - y = 2x - 5$$

۱۲- مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۷ - حسابان

۱۳- اگر  $f'(x) = x^2$  باشد، مشتق  $y = f(\sin x)$  را حساب کنید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۷ - حسابان

۱۴- مساحت یک کره به شعاع  $r$  از فرمول  $S = 4\pi r^2$  به دست می آید. اگر شعاع کره با آهنگ آنی ۳ سانتی متر در ثانیه کاهش یابد، آهنگ آنی تغییر مساحت کره را در لحظه ای که شعاع کره ۵ سانتی متر است بیابید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۷ - حسابان

۱۵-  $f'_+(2)$  و  $f'_-(2)$  را به دست آورید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۷ - حسابان

۱۶- آیا تابع در  $x_0 = 2$  مشتق پذیر است؟ چرا؟

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۷ - حسابان

۱۷- آیا توابع  $f$  و  $g$  با ضابطه های  $f(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{1-x}$  و  $g(x) = \sqrt{x-x^2}$  با هم مساویند؟ چرا؟

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۱۸- توابع  $f$  و  $g$  با ضابطه های  $f(x) = x^2 + 1$  و  $g(x) = \sqrt{-x}$  مفروضند.

الف) دامنه  $f \circ g$  را تعیین کنید.

ب) در صورت وجود ضابطه ی تابع  $g \circ f$  را بنویسید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۱۹- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله ی درجه ی دوم  $x^2 - 4x + 1 = 0$  باشند، بدون حل معادله، مقدار عددی عبارت  $\alpha^2 + \frac{1}{\alpha} + \beta^2 + \frac{1}{\beta}$  را تعیین کنید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۲۰-  $f$  تابعی یک به یک است و  $f^{-1}$  معکوس تابع  $f$  است. معکوس تابع  $g(x) = 1 - 2f(3 - 4x)$  را بنویسید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۲۱-  $f$  تابعی با ضابطه ی  $f = \{(x, y) \mid x^2 - 4x - y - 4 = 0\}$  مفروض است. مقدار مینیمم تابع  $f$  را تعیین کنید.

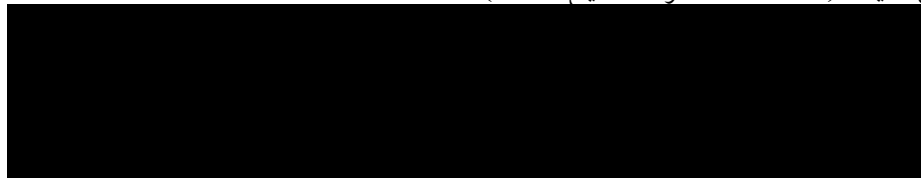
دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۲۲- اگر  $2x^3 - 3x^2 + ax - b$  بر  $x - 2$  بخش پذیر باشد، نشان دهید:  $2a + 4 = b$   
 دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۲۳- آیا  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \sqrt{x^2 - x}$  وجود دارد؟ چرا؟

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۲۴- حدود زیر را در صورت وجود تعیین کنید. (نماد جزء صحیح است.)



ج)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos 2x}$

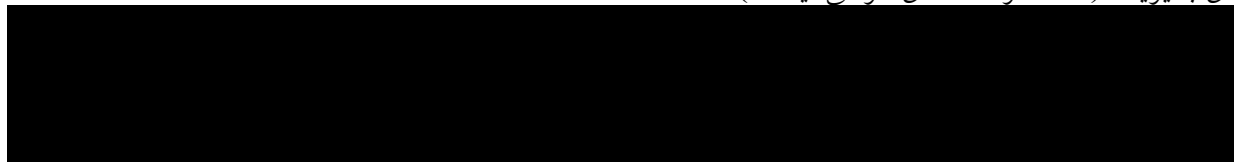
د)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + x})$

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۲۵- تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} a[4x] - b & x < 1 \\ 1 & x = 1 \\ a \sin \frac{\pi}{4}x + b & x > 1 \end{cases}$  مفروض است. ضرایب  $a$  و  $b$  را چنان بیابید که  $f$  در  $x_0 = 1$  پیوسته باشد. (نماد جزء صحیح است.)

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۲۶- الف) مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)



ب) اگر  $f(x) = g(3x^2 - 2x)$ ،  $g'(1) = 1$  باشد، مقدار عددی  $f'(1)$  را حساب کنید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۲۷- از نقطه‌ی  $O$  دو مماس بر منحنی  $y = x^2 + 1$  رسم شده است. معادلات خطوط مماس را بنویسید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۲۸- با رسم نمودار تابع  $f$  با ضابطه‌ای  $f(x) = ||x| - 1|$  تعیین کنید  $f$  در چه نقاطی مشتق پذیر نیست.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۲۹- مقدار عددی عبارت  $A$  را تعیین کنید.

$$A = \tan \left( \text{Arctan}(-1) + \text{ArcSin}\left(\frac{-1}{2}\right) + \text{ArcCos}\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right) \right)$$

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

$$y = \frac{\sqrt{x-1}}{9-x^2}$$

۳۰- دامنه‌ی تابع روبرو را تعیین کنید.

دبیرستان و پیش‌دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۳۱- توابع  $f$  و  $g$  با ضابطه‌های  $f(x) = \sqrt{x}$  و  $g(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$  مفروضند.

الف) دامنه‌های توابع  $f$  و  $g$  و  $g \circ f$  را تعیین کنید.

ب) ضابطه‌ی تابع  $g \circ f$  را بنویسید.

دبیرستان و پیش‌دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۳۲- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - 5x + 1 = 0$  باشند، مقدار عددی عبارت  $\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha}$  را تعیین کنید.

دبیرستان و پیش‌دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۳۳- مقدار  $k$  را چنان بیابید که چند جمله‌ای  $x^2 - 5x + k - 7 - 5x^2$  بر  $x - 2$  بخش پذیر باشد.

دبیرستان و پیش‌دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۳۴- ابتدا یک‌به‌یک بودن تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} x+1 & x < 0 \\ x^2+1 & x \geq 0 \end{cases}$  را بررسی کنید، سپس در صورت وجود،

معکوس تابع  $f$  را تعیین کنید.

دبیرستان و پیش‌دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۳۵- پیوستگی تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} |x| \frac{\sqrt{|x|}}{x} & x \neq 0 \\ \cdot & x = 0 \end{cases}$  را در نقطه‌ی  $x_0 = 0$  بررسی کنید.

دبیرستان و پیش‌دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۳۶- الف) مشتق بگیرید. (ساده کرن مشتق الزامی نیست)

$$f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right) + \sqrt[3]{x^2 - 5x}$$

$$g(x) = \operatorname{Arccot}(1 - 2x) + (2x - x^3)^4$$

ب) اگر  $f(x) = 3 \sin x - \cos x$  و  $y = f(\sqrt{x})$  مطلوب است محاسبه‌ی  $\frac{dy}{dx}$

دبیرستان و پیش‌دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۳۷- بادکنک کروی شکل را طوری باد کنید که شعاع آن با آهنگ  $0.3$  سانتی‌متر در ثانیه افزایش می‌یابد. آهنگ تغییر حجم بادکنک را در لحظه‌ای که شعاع آن  $5$  سانتی‌متر است، تعیین کنید.

دبیرستان و پیش‌دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۳۸- تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} \cos x & x \leq \frac{\pi}{2} \\ ax - b & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$  مفروض است. ضرایب  $a$  و  $b$  را چنان بیابید که این تابع

در  $x_0 = \frac{\pi}{2}$  مشتق پذیر باشد.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۳۹- دامنه‌ی تعریف تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{x+1}{|x|+1} + \sin\left(\frac{1}{x}\right)$  را تعیین کنید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۴۰- توابع  $f$  و  $g$  با ضابطه‌های  $f(x) = \sqrt{x-2}$  و  $g(x) = \frac{x}{x+2}$  مفروض هستند. دامنه‌ی توابع  $f$  و  $g$  و  $\frac{f}{g}$  را تعیین کنید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۴۱- توابع  $f$  و  $g$  با ضابطه‌های  $f(x) = \sqrt{x-2}$  و  $g(x) = \frac{x}{x+2}$  مفروض هستند. در صورت وجود ضابطه‌ی  $\frac{f}{g}$  را بنویسید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۴۲- در صورتی که دو چندجمله‌ای  $4x^2 - 5x + 4$  و  $x^2 + ax$  در تقسیم بر  $x - 1$  هم باقی مانده باشند، مقدار عددی  $a$  را مشخص کنید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۴۳- نشان دهید تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x) = (1-x)^3$  یک به یک است. سپس ضابطه‌ی تابع معکوس تابع  $f$  را تعیین کنید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۴۴- حد مقابل را در صورت وجود محاسبه کنید.  
 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{|x|-1}$

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۴۵- حد مقابل را در صورت وجود محاسبه کنید.  
 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \sin(x-1)}{1-x}$

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۴۶- ضرایب  $a$  و  $b$  را چنان بیابید که تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} bx - 1 & x < 1 \\ 3x & x = 1 \\ a[x] + 2 & x > 1 \end{cases}$  در  $x_0 = 1$  پیوسته باشد.

( [ ] نماد جزء صحیح است. )

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۴۷- مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

$$y = \sin^5 x + \cos\left(\frac{1}{x^2}\right)$$

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۴۸- مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

$$y = \sqrt[3]{x}(x^2 - 1)^7$$

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

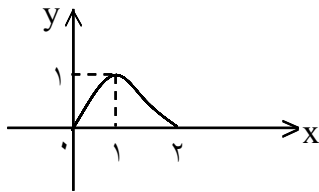
۴۹- مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

$$y = \text{ArcCotg}(x^2 - 3x)$$

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان

۵۰- اگر شعاع دایره‌ای از ۲ تا ۳ سانتی‌متر تغییر کند، آهنگ تغییر مساحت آن را تعیین کنید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۶ - حسابان



۵۱- نمودار تابع  $y = f(x)$  در شکل زیر داده شده است.

نمودار  $y = f(-2x)$  را رسم کنید، سپس تعیین کنید

نمودار حاصل زوج یا فرد است و یا نه زوج و نه فرد است. چرا؟

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۸ - حسابان

۵۲- دامنه‌ی  $g \circ f$  را مشخص کنید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۸ - حسابان

۵۳- مقدار  $\left(\frac{2f-g}{f}\right)$  را محاسبه کنید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۸ - حسابان

۵۴- مقدار  $k$  را طوری تعیین کنید که عبارت  $8x^3 + 4x^2 - kx - 8$  بر  $2x - 1$  بخش پذیر باشد.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۸ - حسابان

۵۵-  $f$  تابعی یک‌به‌یک است و  $f^{-1}$ ، معکوس  $f$  است. معکوس تابع  $g(x) = 1 + 2f(x - 3)$  را حساب کنید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۸ - حسابان

۵۶- درستی رابطه‌ی روبه‌رو را بررسی کنید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۸ - حسابان

۵۷- آیا  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \sqrt{x^2 - 1}$  وجود دارد؟ چرا؟

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۸ - حسابان

۵۸- حد زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow (-2)} \frac{x^3 - x^2 - x + 10}{x^2 + 3x + 2}$$

$$x \rightarrow (-2)$$

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۸ - حسابان

۵۹- حد زیر را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} \frac{|\cos x|}{x - \frac{\pi}{2}}$$

$$x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+$$

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۸ - حسابان

۶۰- مقدار  $a$  را به قسمی تعیین کنید که تابع  $f(x) = a[1-x] + [x]$  در  $x_0 = 1$  پیوستگی راست داشته باشد.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۸ - حسابان

۶۱- مشتق  $y$  را نسبت به  $x$  به دست آورید. (ساده کردن مشتق لازم نیست.)

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۸ - حسابان

$$x^2 y^3 + \sqrt{y} = 1$$

۶۲- مشتق  $y$  را نسبت به  $x$  به دست آورید. (ساده کردن مشتق لازم نیست.)

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۸ - حسابان

۶۳- اگر  $f'(x) = 2x$  باشد، مشتق  $y = f(\sin x)$  را حساب کنید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۸ - حسابان

۶۴- آهنگ آنی تغییر مساحت یک دایره نسبت به تغییر محیط آن را پیدا کنید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۸ - حسابان

۶۵- مشتق پذیری تابع  $f(x) = \sqrt{x^2(x+1)}$  را در نقطه‌ی  $x_0 = 0$  بررسی کنید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۸ - حسابان

۶۶- آیا توابع  $f$ ،  $g$  با ضابطه‌های  $f(x) = \sqrt{(x+2)^2(x-3)}$  و  $g(x) = |x+2|\sqrt{x-3}$  با هم مساویند؟ چرا؟

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۶۷- دو تابع  $f(x) = 3x - a$  و  $g(x) = ax + 3b$  را در نظر بگیرید، مقادیر  $a$  و  $b$  را به گونه‌ای بیابید که  $(f \circ g)(x) = 3x - 10$  باشد.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۶۸- اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای  $P(x)$  بر  $x$  مساوی ۲ و بر  $x+۲$  مساوی ۱ باشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم  $P(x)$  بر  $x^2+۲x$  را به دست آورید.

دبیرستان و پیش‌دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۶۹-  $f$  تابعی یک‌به‌یک است و  $f^{-1}$  معکوس  $f$  است، اگر  $h$  تابعی معکوس‌پذیر باشد، ضابطه‌ی تابع معکوس  $h(x)=۱-۲f(۲-۳x)$  را بیابید.

دبیرستان و پیش‌دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۷۰- عبارت مقابل را به حاصل‌ضرب تبدیل کنید.

$$A=۲\cos x+\sqrt{۳}$$

دبیرستان و پیش‌دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

$$۷۱- دوره‌ی تناوب تابع  $y=\frac{\frac{۴}{۵}\sin vx}{\sqrt{۳+۵\sin vx}}$  برابر است با  $T=.....$$$

دبیرستان و پیش‌دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۷۲- تابعی که هم زوج و هم فرد باشد، تابع ..... است.

دبیرستان و پیش‌دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۷۳- حد تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow ۸} \frac{\sqrt[۳]{x-۲}}{x^۲-۵x-۲۴}$$

دبیرستان و پیش‌دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۷۴- حد تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{۲}} \frac{|\cos x|}{x - \frac{\pi}{۲}}$$

دبیرستان و پیش‌دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۷۵- مقادیر  $a$  و  $b$  را طوری تعیین کنید که تابع  $f$  در نقطه  $x_0=۰$  پیوسته باشد.

$$f(x)= \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{1-\cos x} & x > ۰ \\ a+۱ & x = ۰ \\ [x+۲]+b & x < ۰ \end{cases}$$

دبیرستان و پیش‌دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان



۷۶- مشتق تابع زیر را حساب کنید. (ساده کردن الزامی نیست).

$$f(x) = 2\sin^2 x + \cos x$$

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۷۷- مشتق تابع زیر را حساب کنید. (ساده کردن الزامی نیست).

$$g(x) = \sqrt{x+1} (3x+7)^3$$

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۷۸- ثابت کنید تابع مشتق یک تابع زوج، تابعی فرد است.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۷۹- شعاع یک حباب کروی صابون با سرعت  $0.4 \text{ cm/s}$  افزایش می‌یابد. در لحظه‌ای که شعاع حباب  $r_0 = 0.5 \text{ cm}$  است، آهنگ آنی تغییر حجم حباب را محاسبه کنید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۸۰- مشتق پذیری تابع  $f(x) = \sqrt[3]{(x-1)^2}$  را در نقطه‌ی  $x_0 = 1$  بررسی کنید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۸۱- معادلات خطوط مماس و قائم بر منحنی  $xy^3 + 3x^2y - 4x = 0$  را در نقطه‌ی  $(1, 1)$  بیابید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۸۲- مقادیر  $m, n$  را چنان به دست آورید که چند جمله‌ای  $x^2 + mx + n$  بر  $(x-2), (x+1)$  بخش پذیر باشد.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۸۳- نقطه‌ای روی خط  $y=2x$  بیابید که از دو نقطه  $A(1, 1)$  و  $B(3, -1)$  به یک فاصله باشد.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۸۴- نامعادله  $|x| < x^2$  را با روش هندسی حل کنید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۸۵- اگر  $f = \{(3, 4), (7, 8), (5, 2)\}$  و  $g = \{(1, 3), (-2, 7), (5, 9)\}$  باشد، آنگاه  $f+g, fog$  را حساب کنید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۸۶- زوج یا فرد بودن تابع  $f(x) = x\sqrt{27-3x^2}$  را معلوم کنید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۸۷- ثابت کنید تابع  $f(x) = \frac{x-1}{x}$  یک به یک است.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۸۸- اگر  $f(x) = [x+2]$  در این صورت حاصل  $f(1-\sqrt{2})$  چقدر است؟

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۸۹- درستی اتحاد  $\sin^2 x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$  را ثابت کنید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۹۰- معادله  $\tan x - \tan 2x = 0$  را حل کنید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۹۱- مقدار  $\tan^{-1}(-1)$  را حساب کنید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۹۲- حد تابع زیر را محاسبه کنید:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 - 1}$$

$x \rightarrow 1$

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۹۳- حد تابع زیر را محاسبه کنید:

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x-9}{\sqrt{x}-3}$$

$x \rightarrow 9$

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۹۴- نمودار یک تابع را رسم کنید که در ۲ ناپیوسته است ولی در ۲ حد دارد.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۹۵- مقدار  $a$  را چنان بیابید که تابع  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 4ax + 2 & x \geq 1 \\ x - 3a & x < 1 \end{cases}$  در  $x = 1$  پیوسته باشد.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۹۶- در تابع  $f(x) = \begin{cases} x^3 + 1 & x \geq -1 \\ x^2 - 1 & x < -1 \end{cases}$  مشتق‌های چپ و راست را در  $x = -1$  جداگانه محاسبه کنید. آیا

تابع در  $x = -1$  مشتق‌پذیر است؟ چرا؟

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۹۷- مساحت هر دایره‌ای تابعی از محیط آن است، آهنگ مساحت دایره را نسبت به محیط آن برای دایره‌ای به محیط  $5\pi$  حساب کنید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۹۸- مشتق بگیرید: (ساده کردن الزامی نیست)

$$f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x+1}}$$

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۹۹- مشتق بگیرید: (ساده کردن الزامی نیست)

$$g(x) = (1 + \sin x) \tan^{-1} x$$

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۱۰۰- شیب خط مماس بر نمودار تابع  $y = \frac{1}{x}$  را در نقطه‌ای به طول یک واقع بر آن به دست آورید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۱۰۱- یک به یک بودن تابع مقابل را به کمک بررسی صعودی یا نزولی اکید نشان دهید.

$$f(x) = \sqrt{x-1}$$

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۱۰۲- توابع  $f$  و  $g$  با ضابطه‌های  $f(x) = \sqrt{4-x^2}$  و  $g(x) = \frac{x+2}{x-1}$  مفروضند اولاً دامنه‌ی توابع  $f$ ,  $g$ ,  $g \circ f$  را تعیین کنید، سپس ضابطه‌ی  $g \circ f$  را بنویسید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۱۰۳- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله‌ی  $f(x) = 2x^2 - 4x - 8$  باشند بدون حل معادله، مقدار عبارت  $\alpha^3 \beta + \beta^3 \alpha$  را بدست آورید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۱۰۴- اتحاد مقابل را ثابت کنید:

$$2 \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \cos(2\alpha)$$

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۱۰۵- حد زیر را در صورت وجود تعیین کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$$

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

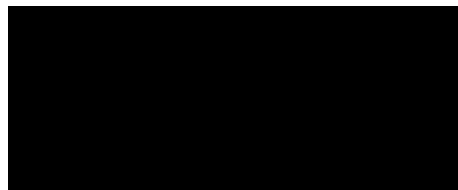
۱۰۶- حد زیر را در صورت وجود تعیین کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^4 x}{\sqrt{1 - (\cos 2x)}}$$

$x \rightarrow 0^-$

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۱۰۷- مقادیر  $a$  و  $b$  را چنان تعیین کنید که تابع زیر در نقطه‌ی  $x_0 = 2$  پیوسته باشد.



دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۱۰۸- مشتق تابع زیر را محاسبه کنید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

$$y = \frac{x^3 + 2x^2 - 1}{x^5 + 1} + 2 \sin \frac{1}{x}$$

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۱۰۹- جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

تابع مشتق یک تابع زوج، تابعی ..... و تابع مشتق یک تابع فرد تابعی ..... است.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان

۱۱۰- آهنگ آنی تغییر مساحت یک دایره نسبت به تغییر محیط آن را در نقطه‌ی  $r_0 = 5$  به دست آورید.

دبیرستان و پیش دانشگاهی - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - حسابان