

- ۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. این که تصور کنیم دو یا چند خدا وجود دارد و هر کدام خالق بخشی از جهان هستند یا با همکاری یکدیگر، این جهان را آفریده‌اند، در واقع هر کدام از آن‌ها را محدود و ناقص فرض نموده‌ایم، زیرا هر یک از خدایان باید کمالاتی را دارا باشد که دیگری آن کمالات را ندارد، وگرنه همگی عین هم‌دیگر می‌شوند و دیگر چند خدا نیستند. چنین خدایان ناقصی، نیازمند هستند و هر یک به خالق کامل و بی‌نیازی احتیاج دارد که نیاز او را برطرف نماید.
- ۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.  
آیه شریفه «ولله ما فی السموات و ما فی الارض» بیانگر توحید در مالکیت و آیه شریفه «و لم یکن له کفو احد» بیانگر اصل توحید است.
- ۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.  
جمله «جهان از اصل‌های متعدد پدید نیامده است» بیانگر توحید در خالقیت است که آیه شریفه «قل الله خالق کل شیء» حاکی از آن است.
- ۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.  
خداوند رب‌العالمین است یعنی صاحب اختیاری است که تدبیر همه امور هستی به دست او است. توحید در ربوبیت بدان معنا نیست که موجودات - به‌خصوص انسان - تدبیر ندارند، باغبانی که زحمت می‌کشد و به پرورش درختان اقدام می‌کند، رشد این درختان نتیجه تدبیر او است، بلکه توحید در ربوبیت بدین معنا است که این باغبان و تدبیرش همه از آن خدا و تحت تدبیر اویند که آیه شریفه «افرایتم ما تحرثون انتم تزرعونه ام نحن الزارعون» حاکی از آن است.
- ۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.  
چون مخلوقات جهان از خدا است، مالک اصلی و حقیقی آن‌ها نیز خداوند است و در این مالکیت کسی شریک او نیست و در صورتی مالکیت انسان‌ها بر دسترنج خود با مالکیت خداوند در تضاد قرار نمی‌گیرد که مالکیت انسان در طول مالکیت خدا باشد.
- ۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مهم‌ترین اعتقاد دینی و پایه و اساس تمام دین، توحید است. بدون اعتقاد به آن هیچ اعتقادی دینی دیگر، اعتبار ندارد نگرش توحیدی بر تمام آیات قرآن سایه افکنده و مانند روحی در پیکره معارف و احکام دین حضور دارد و این پیکره، حیات بخشیده است.
- ۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. «استقلال محض برای افعال موجودات» شرک در ربوبیت را همراه دارد و «تنها موجود مستقل و متکی به خود، خداست» ناظر بر توحید در خالقیت است.
- ۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. قرآن می‌فرماید: «اتَّخَذُوا اٰجْرَهُمْ وَ رَهْبَانَهُمْ مِنْ دُونِ اللّٰهِ...» اینان دانشمندان و راهبان خود را به جای خداوند به پروردگاری گرفتند یعنی انسان در کنار ربوبیت الهی برای تدبیر کارهای خود حسابی جداگانه باز کند.
- ۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر خداوند به کسی اذن دهد تا در اشیایی تصرف کند، آن شخص نیز می‌تواند در محدوده‌ی اجازه‌ی خداوند در اشیایی تصرف کند. چنین اذنی به معنای واگذاری ولایت خداوند به کس دیگری نیست. بلکه به این معناست که آن شخص، در مسیر و مجرای ولایت الهی قرار گرفته و از خودش استقلال ندارد!  
بررسی گزینه‌ها:  
عبارت‌های «واگذاری» و «در عرض» بیانگر شرک است و نادرست می‌باشد.

۱۰- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. برخی از انسانها توحید در خالقیت را قبول دارند اما گرفتار شرک در ربوبیت می شوند، یعنی در کنار ربوبیت الهی برای انسانهای دیگر یا سایر مخلوقات حساب جدا باز می کنند و فکر می کنند که آن انسانها یا آن مخلوقات مستقل از خداوند می توانند در امور جهان دخالت کنند.

۱۱- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. در بحث توحید در خالقیت می گوئیم: این که تصور کنیم دو یا چند خدا وجود دارند و هر کدام خالق بخشی از جهان هستند یا با همکاری یکدیگر، این جهان را آفریده اند در واقع هر کدام از آنها را محدود و ناقص فرض نموده ایم، زیرا هر یک از خدایان باید کمالاتی را دارا باشد که دیگری آن کمالات را ندارد و گرنه عین هم دیگر می شوند.  
بررسی سایر گزینه ها:

(۱) این گزینه تاکیدکننده ی توحید در ربوبیت است.

(۲) این گزینه تاکیدکننده ی توحید در ولایت است.

(۴) این گزینه تاکیدکننده ی توحید در ربوبیت است.

۱۲- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. عقیده به توانایی اولیای دین در برآوردن حاجات انسان وقتی موجب شرک در ربوبیت است که این توانایی را از خود آنها بدانیم. آیه ی: «قل هو الله احد» بر اصل توحید دلالت دارد.

۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در آیه ی ۷۰ سوره ی اسراء دو عبارت: «حملناهم فی البر و البحر: سوار کردن انسان در خشکی و دریا» و «رزقناهم من الطبیات: روزی دادن به انسان از پاکیزه ها» آمده و هر دو مفهوم از کارهای خداوند در تدبیر و پرورش مخلوقات و اداره ی جهان توسط خدا می باشد. بنابراین اشاره به توحید در ربوبیت دارد. توحید در ربوبیت بدین معناست که خداوند، جهان را اداره می کند و به سوی مقصدی که برایش معین فرموده، هدایت می نماید و به پیش می برد.

۱۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عبارت «لله ما فی السموات و ما فی الارض» بیان گر مالکیت خداوند و عبارت: «الی الله ترجع الامور، همه ی امور به سوی خدا بازمی گردد» بیان گر بازگشت همه چیز به سوی خداوند است. چون خداوند مالک است، همه ی چیزها به سوی او باز می گردد. یعنی هر امری به مالک اصلی آن یعنی خدا باز می گردد. بنابراین مفهوم «علیت مالکیت خداوند و معلولیت بازگشت همه چیز به سوی خداوند» صحیح است.

۱۵- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. هر دو عبارت «یگانه بودن و شریک و همتا نداشتن خداوند» و «یکتایی و حاکم بودن او بر همه چیز» صرفاً بیانگر اصل توحید است. چرا که در این عبارات هیچ اشاره ی مستقیمی به توحید در خالقیت نشده است. البته قسمت دوم و عبارت «حاکم» می توانست تعبیر به توحید در ولایت و شاید ربوبیت کند که در هیچ گزینه ای مطرح نشده است.

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{AD} + \vec{c} = \vec{AC} \quad \text{و} \quad \vec{a} + \vec{b} = \vec{AD}$$

۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مطابق شکل:

۱۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با فرض  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$  داریم:

$$\begin{cases} |\vec{a}| = 4 \Rightarrow a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 16 & (1) \\ |a_3| = 3 & (2) \end{cases}$$

$$\text{از معادلات (1) و (2) داریم } a_1^2 + a_2^2 = 7.$$

$$\sqrt{a_1^2 + a_2^2} = \sqrt{7}$$

طول تصویر قائم  $\vec{a}$  بر روی صفحه  $xy$  برابر است با:

۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم که هر بردار ناصفر  $\vec{a}$  را می‌توانیم به صورت  $\vec{a} = |\vec{a}| \vec{e}_a$  نمایش دهیم که در آن  $\vec{e}_a$  بردار جهت  $\vec{a}$  است و طول آن برابر یک می‌باشد. پس باید داشته باشیم:

$$|\vec{e}_a| = 1 \Rightarrow \frac{1}{k^2} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = 1 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{k^2} = \frac{1}{6} \xrightarrow{\text{مؤلفه‌ها مثبت اند}} k = \sqrt{6}$$

$$\vec{a} = |\vec{a}| \vec{e}_a = \sqrt{6} \left( \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3} \right) = (1, \sqrt{3}, \sqrt{2})$$

۱۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم مختصات هر پیکان برابر تفاضل نقطه‌ی انتهای آن از نقطه‌ی ابتدای آن به همین دلیل داریم:

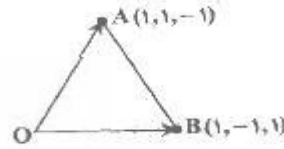
$$\vec{AM} = \frac{2}{3} \vec{AB} \Rightarrow \vec{AM} \Rightarrow 3(\vec{M} - \vec{A}) = 2(\vec{B} - \vec{A}) \Rightarrow 3\vec{M} - 3\vec{A} = 2\vec{B} - 2\vec{A} \Rightarrow 3\vec{M} = 2\vec{B} + \vec{A}$$

$$\Rightarrow 3\vec{M} = 2(-1, 2, 4) + (5, -4, 1) \Rightarrow 3\vec{M} = (3, 0, 9) \Rightarrow \vec{M} = (1, 0, 3) \Rightarrow OM = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دو بردار موازی‌اند بنابراین نسبت مؤلفه‌های متناظر آن‌ها یکی است.

$$\frac{3}{2} = \frac{6}{2a} = \frac{3b}{6} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a - b = -1$$

$$\vec{AB} = (1, -1, 1) - (1, 1, -1) = (0, -2, 2)$$



۲۱- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

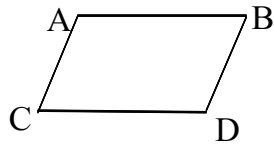
$$\begin{cases} |OA| = \sqrt{3} \\ |OB| = \sqrt{3} \\ |AB| = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2} \end{cases}$$

$$OAB \text{ محیط مثلث} = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2} = 2(\sqrt{3} + \sqrt{2})$$

نکته: فاصله‌ی دو نقطه‌ی  $(x_1, y_1, z_1)$  و  $(x_2, y_2, z_2)$  برابر است با:

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$$

۲۲- گزینه‌ی ۳ پاسخ درست است. در متوازی‌الاضلاع، قطرها منصف یکدیگرند، پس مجموع مختصات دو سر یک قطر با مجموع مختصات دو سر قطر دیگر برابر است.



$$A + D = B + C \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix} + D = \begin{vmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \end{vmatrix} \Rightarrow D = \begin{vmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{vmatrix}$$

$$\vec{V}_1 \parallel \vec{V}_2 \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{4}{m} = \frac{k}{3} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ k = 6 \end{cases}$$

۲۳- نسبت پارامترهای دو بردار برابر است، بنابراین:

بنابراین گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

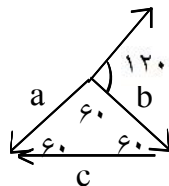
۲۴- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. فاصله‌ی نقطه‌ی A را تا محورهای x و صفحات مختصات داده شده پیدا می‌کنیم:

(۱) گزینه‌ی ۱:  $\sqrt{y^2 + z^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$

(۲) گزینه‌ی ۲:  $|y|=1$

(۳) گزینه‌ی ۳:  $\sqrt{x^2 + z^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$

(۴) گزینه‌ی ۴:  $|z|=3$



۲۵- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. زاویه بین بردارهای a و b برابر ۱۲۰ درجه است.

$$a + b + c = 0 \Rightarrow$$

$$|3a + 4b|^2 = 9|a|^2 + 16|b|^2 + 2 \times 3 \times 4 \times |a| \times |b| \times \underbrace{\cos 120^\circ}_{-\frac{1}{2}}$$

$$= 9 \times 16 - 12 = 13$$

$$|3a + 4b| = \sqrt{13}$$

۲۶- گزینه ۱ پاسخ درست است.

$$\left. \begin{array}{l} A' \text{ تصویر } A \text{ روی } xOz \\ A'' \text{ قرینه } A \text{ نسبت } yOz \end{array} \right\} \Rightarrow A'A'' \text{ وسط } M \left| \begin{array}{l} 0 \\ -\frac{1}{2} \\ 3 \end{array} \right. \Rightarrow x_M + y_M + z_M = \frac{5}{2}$$

۲۷- می دانیم مساحت مثلث متساوی الاضلاعی به طول ضلع  $a$  برابر  $S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$  است.

$$AB = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}, \quad AC = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}, \quad BC = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} (2\sqrt{2})^2 = 2\sqrt{3}$$

مثلث  $ABC$  متساوی الاضلاع است، پس مساحت آن برابر است با:

بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

راه دوم: می توانیم از رابطه  $S = \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}|$  نیز استفاده کنیم.

۲۸- گزینه ۲ پاسخ درست است. شرط آنکه نقاط  $A, B, C$  روی یک خط باشند آن است که  $\vec{AB} \parallel \vec{BC}$  باشد.

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 1-x \\ 3 \\ 1-x \end{pmatrix}, \quad \vec{BC} = \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{AB} \parallel \vec{BC} \Rightarrow \frac{1-x}{-1} = \frac{3}{-6} = \frac{1-x}{-1} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

۲۹- گزینه ۴ پاسخ درست است.

$$\left. \begin{array}{l} xOy \text{ روی } = \sqrt{7} \Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{7} \Rightarrow x^2 + y^2 = 7 \\ xOz \text{ روی } = 2\sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{x^2 + z^2} = 2\sqrt{3} \Rightarrow x^2 + z^2 = 12 \\ yOz \text{ روی } = \sqrt{13} \Rightarrow \sqrt{y^2 + z^2} = \sqrt{13} \Rightarrow y^2 + z^2 = 13 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{حاصل جمع}}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 16 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 4$$

۳۰- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. اگر  $a'$  تصویر قائم بردار  $a$  روی امتداد بردار  $b$  باشد، آن گاه:

$$a'' = 2a' - a \Rightarrow a' = \frac{1}{2}(a'' + a) = \frac{1}{2}((-2, 3, -1) + (2, 1, -3)) \Rightarrow a' = (0, 2, -2)$$

$a'$  بردار هم راستا با بردار  $b$  است، پس طبق فرض داریم:

$$b = ma' = m(0, 2, -2), |b| = \sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{m^2(0 + 4 + 4)} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow m^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow m = \pm \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} m = \frac{1}{2} \Rightarrow b = (0, 1, -1) \\ m = -\frac{1}{2} \Rightarrow b = (0, -1, 1) \end{cases}$$

۳۱- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا اعداد فرد را با  $4!$  حالت کنار هم قرار می دهیم. سپس اعداد زوج را با  $3!$  حالت در ۳ مکان به وجود آمده بین اعداد فرد قرار می دهیم:

$\underline{\quad} \underline{\quad} \underline{\quad} \underline{\quad} \underline{\quad}$

پس جواب  $4! 3!$  است. دقت کنید که آرایش یک در میان برای حالتی که یکی از اشیا یک واحد بیش تر از دیگری است، منحصر به فرد است.

۳۲- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. اگر فرض کنیم دو رقم زوج همیشه کنار هم هستند (یعنی دو رقم زوج را به هم می چسبانیم و یک رقم در نظر می گیریم تا همیشه کنار هم باشند). می توانیم آن ها را ۴ رقم در نظر بگیریم. پس داریم:

$$n(A) = 2! \times 4! = 2 \times 24 = 48$$



جابه جایی دو رقم زوج با یک دیگر

۳۳- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. نکته: تعداد جایگشت های  $n$  شیء که  $n_1$  تای آن ها از نوع یک،  $n_2$  تای آن ها از دو نوع و  $n_k \dots$  تای آن ها از نوع  $k$  هستند، برابر با  $\frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$  است.

$$\frac{3 \times 4!}{2! \times 2!} = 18 \rightarrow \begin{array}{ccccccc} 3 & 4 & 3 & 2 & 1 & & \\ \hline & & & & & & \end{array} \text{ جایگشت ۵ عدد}$$

↓  
صفر اول نمی آید

$$\frac{5}{\text{رقم اول}} \times \frac{6}{\text{رقم دوم}} \times \frac{3}{\text{رقم سوم}} = 90$$

۱ یا ۲ یا ۳      ۱ یا ۳ یا ۵  
۰ یا ۱ یا ۲ یا ۴ یا ۵  
۳ یا ۴ یا ۵

۳۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۳۵- باید توجه داشت که اگر حرف «ی» در اول کلمه قرار گیرد، حرف نقطه دار خواهد بود. سه خانه خالی □ □ □ را در نظر بگیرید. در خانه اول یکی از حروف «م، ه، و، ر» می تواند قرار گیرد یعنی ۴ امکان. خانه دوم با یکی از ۵ حرف باقی مانده یعنی به ۵ طریق پر می شود و خانه سوم با یکی از ۴ حرف باقی مانده می تواند پر شود. بنابر قانون ضرب  $4 \times 5 \times 4 = 80$  حالت جمعاً وجود دارد. بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

۳۶- اگر جعبه ها را در یک ردیف فرض کنیم اولین مهره را به ۱۰ طریق می توان داخل جعبه ها قرار داد و دومین مهره را به ۹ طریق و سومین مهره را با ۸ طریق و الی آخر تعداد طرق ممکن برابر است با

$$10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = \frac{10!}{4!}$$

پس گزینه ۳ جواب صحیح است.

۳۷- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. حروف یکسان را به می چسبانیم سپس ۶ شکل حاصل را جابه جا می کنیم.

A, DD, II, T, O, N

$$6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$$

۳۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = (n+1)n = 132 \Rightarrow n = 11 \Rightarrow \binom{11}{7} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 330$$





۴۵- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. نکته: تعداد جایگشت های  $n$  شیء که  $n_1$  تای آنها از نوع ۱،  $n_2$  تای آنها از نوع ۲، ... و  $n_k$  تای آنها از نوع  $k$  هستند (بدیهی است که باید:  $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$ )، برابر است با:

$$\frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

ابتدا دو حرف O را در کنار هم، یک شیء در نظر می گیریم که در این صورت، پنج شیء خواهیم داشت که دو تای آنها یکسانند (دو حرف N)، پس اگر پیشامد مطلوب را A بنامیم، با توجه به نکته بالا، داریم:

$$n(A) = \frac{5!}{2!}$$

از طرفی اگر هیچ شرطی اعمال نشود، شش حرف کلمه ی "KANOON" که دو حرف N و دو حرف O در آن یکسانند، با توجه به نکته بالا، به تعداد حالت های زیر جایگشت دارند:

$$n(S) = \frac{6!}{2! 2!}$$

$$\Rightarrow \text{احتمال مورد نظر: } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\frac{5!}{2!}}{\frac{6!}{2! 2!}} = \frac{5! 2!}{6!} = \frac{5! 2!}{5! \times 6} = \frac{2!}{6} = \frac{1}{3}$$

۴۶- قطار هنگامی از پل عبور کرده است که انتهای آن از روی پل گذشته باشد یعنی انتهای قطار جابجایی به اندازه طول قطار (l) و طول پل داشته باشد. پس:

$$l + 400 = V \cdot t \Rightarrow l + 400 = 30 \times 20 = 600 \Rightarrow l = 200 \text{ m}$$

بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

۴۷- \* جهت حرکت یک جسم در واقع جهت بردار سرعت آن است.

\* در حرکت بر روی خط راست، تغییر جهت بردار سرعت، معادل است با تغییر علامت سرعت لحظه‌ای و سرعت

$$x(t) = 2t^2 - 12t \Rightarrow V(t) = \frac{dx}{dt} = 4t - 12$$

لحظه‌ای مشتق تابع مکان (x) نسبت به زمان است.

$$V(t) = 0 \Rightarrow t = 3 \text{ s}$$

قبل از لحظه  $t = 3 \text{ s}$ ، سرعت جسم منفی است و جسم در جهت منفی محور x ها حرکت می‌کند و پس از این لحظه، سرعت جسم مثبت می‌شود و جسم در جهت مثبت محور x ها حرکت می‌کند. پس گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۴۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا با استفاده از معادله‌ی مکان - زمان، معادله‌های سرعت - زمان و شتاب - زمان متحرک را به دست می‌آوریم:

$$v = \frac{dx}{dt} = 3t^2 + 2t - 5 = (t-1)(3t+5) \left( \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = 6t + 2 \left( \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$$

با توجه به جدول زیر نوع حرکت متحرک در بازه‌ی زمانی  $t = 0/5 \text{ s}$  تا  $t = 1 \text{ s}$  گذشونده و از  $t = 1 \text{ s}$  تا  $t = 1/5 \text{ s}$  تندشونده می‌باشد.

	$t = 0 \text{ s}$	$t = 1/5 \text{ s}$	$t = 1 \text{ s}$	$t = 1/5 \text{ s}$
$v = 3t^2 + 2t - 5$	-	-	0	+
$a = 6t + 2$	+	+	+	+
علامت (a,v)	-	-	0	+
نوع حرکت	گذشونده		تندشونده	

۴۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left\{ \begin{array}{l} V = \frac{dx}{dt} \Rightarrow V = 8t - 3 = 0 \Rightarrow t = \frac{3}{8} \text{ s} \\ a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow a = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} > 0 \end{array} \right.$$

در فاصله‌ی زمانی بین صفر و  $\frac{3}{8}$  ثانیه، سرعت منفی است پس حرکت در خلاف جهت محور x است و در این

فاصله  $a \cdot V < 0$  است پس حرکت کند شونده است و در فاصله‌ی زمانی بعد از  $\frac{3}{8}$  ثانیه، سرعت و شتاب، هر دو

مثبت است پس حرکت در جهت محور x و تند شونده است.

۵۰- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

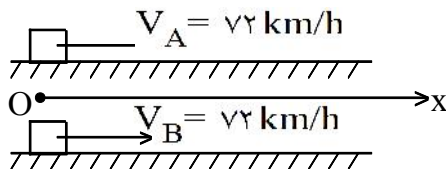
$$V = \frac{dx}{dt} = 3t^2 - 2 \quad \left\{ \begin{array}{l} t_1 = 0 \Rightarrow V_1 = -2 \\ t_2 = 2 \Rightarrow V_2 = 10 \end{array} \right. \Rightarrow \bar{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{10 - (-2)}{2} = 6 \frac{m}{s^2} \quad (\text{دو ثانیه اول حرکت } 0 \leq t < 2)$$

$$\text{لحظه ای } a = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = 6t$$

راه حل دیگر: چون شتاب بر حسب زمان درجه اول است پس:

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2}{2} = \frac{0 + 12}{2} = 6 \frac{m}{s^2}$$

$$\left( \begin{array}{l} t_1 = 0 \Rightarrow a_1 = 0 \\ t_2 = 2 \Rightarrow a_2 = 12 \end{array} \right)$$



۵۱- دو جسم با سرعت ثابت حرکت می کنند، پس معادله مکان آنها:  
 $x_A = V_A t = 72t$  ,  $x_B = V_B t = 108t$

که  $t$  بر حسب ساعت و  $x$  بر حسب کیلومتر است.

$$x_B - x_A = 3/6 \Rightarrow 108t - 72t = 3/6 \Rightarrow t = \frac{1}{12} h = 5 \text{ دقیقه}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ درست است.

۵۲- مسافت طی شده در ۵ ثانیه ی اول:

$$\Delta x_1 = V_1 \Delta t_1 = 10 \times 5 = 50 \text{ m}$$

$$\Delta x_2 = V_2 \Delta t_2 = 4 \times t = 4t$$

$$\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \Rightarrow 5 = \frac{50 + 4t}{5 + t} \Rightarrow 50 + 4t = 25 + 5t \Rightarrow t = 25 \text{ s}$$

پس:

بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

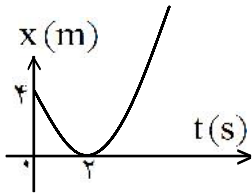
۵۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} x = 4t - 6t^2 \Rightarrow \frac{1}{2}a = -6 \Rightarrow a_x = -12 \frac{m}{s^2} \\ y = 5t - 4/5t^2 \Rightarrow \frac{1}{2}a = -4/5 \Rightarrow a_y = -9 \frac{m}{s^2} \end{array} \right\} \Rightarrow a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{144 + 81} = \sqrt{225} = 15 \frac{m}{s^2}$$

۵۴- گزینه ی ۲ صحیح است. اگر سرعت شناگر را  $V_1$  و سرعت آب را  $V_2$  فرض کنیم، می توان نوشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_1 + V_2 = \frac{60}{5} \\ V_1 - V_2 = \frac{60}{30} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} V_1 + V_2 = 12 \\ V_1 - V_2 = 2 \end{array} \right. \Rightarrow V_2 = 5 \frac{m}{s}$$

۵۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



چون شیب نمودار (مکان - زمان) در لحظه  $t = 0$  منفی است لذا باید سرعت اولیه منفی باشد یعنی گزینه‌های ۱ یا ۲ درست می‌باشد و نیز بعد از ۲ ثانیه ( $t = 2$ ) شیب نمودار صفر است یعنی بعد از  $t = 2$  باید سرعت صفر باشد که با توجه به این مطلب نیز هر دو گزینه فوق درست می‌باشند.

حال معادله مکان - زمان مربوط به هر دو گزینه را می‌نویسیم و سپس بررسی می‌کنیم که کدام یک از آنها در ( $t = 2$ )  $x = 0$  را نتیجه می‌دهند لذا داریم:

$$V = t - 2 \Rightarrow x = \frac{t^2}{2} - 2t + 4 \xrightarrow{t=2} x = 2 \quad \text{گزینه ۱:}$$

$$V = 2t - 4 \Rightarrow x = t^2 - 2t + 4 \xrightarrow{t=2} x = 0 \quad \text{گزینه ۲:}$$

۵۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به معادله ی سرعت، می‌توان نتیجه گرفت که  $V_0 = 6 \frac{m}{s}$ ،  $a = -4 \frac{m}{s}$

است و اگر معادله ی مکان - زمان را بصورت  $X = \frac{1}{2} at^2 + V_0 t + X_0$  فرض کنیم می‌توان نوشت:

$$X = -2t^2 + 6t + X_0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = X_0 \\ t_2 = 3s \Rightarrow x_2 = -2(3)^2 + 6(3) + X_0 = X_0 \end{array} \right\} \Delta x = x_2 - x_1 = X_0 - X_0 = 0$$

۵۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x = -t^2 + 4t - 4 \Rightarrow V_x = -2t + 4, \quad V_x = 0 \Rightarrow t = 2s$$

در لحظه ی  $t = 2s$  جهت حرکت متحرک عوض می‌شود، بنابراین در ۴ ثانیه ی اول حرکت، جابه‌جایی با مسافت برابر نیست، در نتیجه باید بازه ی زمانی  $t = 0$  و  $t = 4s$  را به دو بازه ی زمانی تقسیم کنیم،  $t = 0$  تا  $t = 2s$  و  $t = 2s$  تا  $t = 4s$  که در هر یک از این بازه‌ها جهت حرکت ثابت است و مسافت با قدرمطلق جابه‌جایی برابر است.

$$\left\{ \begin{array}{l} t = 0 \Rightarrow x_1 = -4m \\ t = 2s \Rightarrow x_2 = 0 \Rightarrow \Delta x_1 = 4m \Rightarrow \text{مسافت پیموده شده} = 4m \\ t = 2s \Rightarrow x_1 = 0 \\ t = 4s \Rightarrow x_2 = -4m \Rightarrow \Delta x_2 = -4m \Rightarrow \text{مسافت پیموده شده} = 4m \end{array} \right.$$

توجه: می‌توانستید با استفاده از معادله ی سرعت-زمان، نمودار آن را رسم کرده و سطح زیرنمودار را به دست آورید.

۵۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تذکر ۱) اگر بخواهیم سرعت متحرک (V) کاهش یابد، باید شتاب (a) منفی باشد و بالعکس اگر بخواهیم سرعت متحرک (V) افزایش یابد، باید شتاب (a) مثبت باشد.  
تذکر ۲) اگر بخواهیم بزرگی سرعت متحرک (|V|) کاهش یابد، باید  $aV < 0$  باشد و به عبارتی حرکت کندشونده باشد و بالعکس اگر بخواهیم بزرگی سرعت متحرک (|V|) افزایش یابد، باید  $aV > 0$  باشد و به عبارتی حرکت تندشونده باشد.  
بنابراین سرعت متحرک وقتی کاهش می‌یابد که شتاب آن منفی باشد، برای حل ابتدا رابطه‌ی شتاب - زمان متحرک را با دو بار مشتق‌گیری از معادله‌ی مکان - زمان به دست می‌آوریم:

$$V = \frac{dx}{dt} = 6t^2 - 4t + 2 \Rightarrow a = \frac{dV}{dt} = 12t - 4$$

در ادامه همان طور که مشاهده می‌شود از بین زمان‌های داده شده در گزینه‌های صورت سؤال، اندازه‌ی شتاب متحرک فقط در لحظه‌ی  $t = 0.25$  مقداری منفی می‌باشد و گزینه ۱ پاسخ این سؤال است.

$$a = 12t - 4 \xrightarrow{t = 0.25} a = 12(0.25) - 4 = -1/6 \frac{m}{s}$$

یا به عبارت دیگر می‌توان نوشت:

$$a < 0 \Rightarrow 12t - 4 < 0 \Rightarrow t < \frac{1}{3}$$

(فقط گزینه ۱) در این رابطه صدق می‌کند.

۵۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ثانیه‌ی دوم حرکت، بازه‌ی زمانی  $t_1 = 1s$  تا  $t_2 = 2s$  است؛ بنابراین داریم:

$$\xrightarrow{t_1 = 1s} x_1 = 0.5 + \sin\left(\pi \times 1 - \frac{\pi}{2}\right) = 0.5 + \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.5m$$

$$\xrightarrow{t_2 = 2s} x_2 = 0.5 + \sin\left(\pi \times 2 - \frac{\pi}{2}\right) = 0.5 + \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -0.5m$$

$$|\Delta x| = |x_2 - x_1| = |-0.5 - 1.5| = 2m$$

۶۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر معادله‌ی مکان را به صورت  $x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t + x_0$  فرض کنیم، می‌توان

نوشت:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t + 15 \Rightarrow \begin{cases} t=1 \Rightarrow 0 = \frac{1}{2}a(1)^2 + V_0(1) + 15 \\ t=3 \Rightarrow 0 = \frac{1}{2}a(3)^2 + V_0(3) + 15 \end{cases} \Rightarrow a = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$x = P(t-1)(t-3)$$

$$t=0 \Rightarrow x=15 \Rightarrow 15 = P \times (-1) \times (-3) \Rightarrow P=5$$

$$x = 5t^2 - 20t + 15 \Rightarrow a = 10 \frac{m}{s^2}$$

راه حل دوم: