

دبیرستان
پیشگام

۱. گزینه ۳ ز مادر ← متمم
۲. گزینه ۴ ترکیب‌های اضافی: لب سنایی - دندان سنایی - توحید تو - آتش دوزخ - روی رهایی
۳. گزینه ۲ ۲- مرا مادرم نام مرگ تو کرد ← مادرم نامم را مرگ تو کرد.
۴. گزینه ۱
۵. گزینه ۱ هر دو به این موضوع اشاره دارند که عارفان واقعی پس از وصال حق، سکوت می‌کنند و اسرار الهی را آشکار نمی‌کنند.
۶. گزینه ۲ ۲- مفهوم بیت: نمی‌توان از نگاه کردن به معشوق صرف نظر کرد. پیام مشترک سایر ابیات: عشق به معشوق، انسان را ارزشمند می‌کند.
۷. گزینه ۴ در بیت ۴ شاعر حتی آبادی و عمرانی را که به دست بیگانگان باشد، شایسته نابودی می‌داند، پس در این بیت «بیگانه‌ستیزی» مشهود است.
۸. گزینه ۱ گزینه (۱) بر ظلم‌ستیزی تأکید دارد و در حالی که دیگر گزینه‌ها به مفهوم ظلم‌پذیری و سازش با ظلم و بیداد اشاره دارند.
۹. گزینه ۳ در گزینه ۳ در انتهای جمله (اند) که از مشتقات فعل «است» می‌باشد و به معنی «هستند» است به قرینه لفظی که در واژه «اسیرند» آمده است حذف شده و این حذف به قرینه لفظی است چون در لفظ یک بار آمده است. اما در گزینه‌های دیگر: در گزینه ۱ بعد از «به» که مخفف بهتر می‌باشد «است» به قرینه معنوی حذف شده و در گزینه ۲ اصلاً حذفی رخ نداده و در گزینه ۴ نیز بعد از «بیش» و «بیشتر» که صفت تفضیلی هستند «است» به قرینه معنوی حذف شده است چون از روی معنی تشخیص می‌دهیم که حذف رخ داده است.
- نکته: بعد از صفات تفضیلی که «تر» دارند یا مخفف آن‌ها که «تر» ندارند مثل «به» و «بیش» فعل «است» همیشه به قرینه معنوی حذف می‌شود.
۱۰. گزینه ۲ ذبون ← زبون رفیع ← رفیق ترشّه ← ترشّح می‌ذاید ← می‌زاید قضب ← غضب
۱۱. گزینه ۳ اعماق = جمع عمق (نادرستی گزینه ۱ و ۲) البحار: جمع بحر (نادرستی گزینه ۱)
- تنقذ الانسان: انسان را نجات می‌دهند (نادرستی گزینه ۴)
۱۲. گزینه ۴ «كان الناس يظلبون ...» فعل ماضی استمراری است، یعنی مردم می‌خواستند ... در سایر گزینه‌ها فعل به صورت ماضی استمراری ترجمه نشده است.
- «ملِكهم العادل ...» عادل صفت برای مَلِك است، یعنی پادشاه عادل آن‌ها ... که در گزینه ۱ «العادل» به صورت صفت معنی نشده است.
۱۳. گزینه ۴ در این گزینه «لا» نفی است. اگر «ناهیة» بود، باید «أقیم» مجزوم می‌شد و علّه حذف می‌شد لا اقم ترجمه عبارت: نماز را فقط در مسجد به پا می‌دارم.
۱۴. گزینه ۴ «لا» نفی جنس بر سر اسم می‌آید (رد گزینه ۱)، اسم آ «منسوب و مبنی است و تنوین نمی‌گیرد (رد گزینه ۳)» و هیچ‌گاه خبر آن بر اسمش مقدّم نمی‌شود (رد گزینه ۲)؛ بنابراین گزینه ۴ صحیح است: (هیچ بلایی در زندگی سخت‌تر از نادانی نیست!).
۱۵. گزینه ۳ ترجمه درست گزینه‌های دیگر:
- گزینه ۱: این خرافات در دین‌های مردم در گذر زمان زیاد شده است.
- گزینه ۲: ای کاش حرفم را باور کنی و به آن عمل کنی.
- گزینه ۴: شاید امتحان برای بار دوم به تأخیر بیفتد.
۱۶. گزینه ۱ ترجمه گزینه ۱: او را در آتش انداخت، پس خداوند او را از آن نجات داد. در این عبارت هیچ دو کلمه مترادفی وجود ندارد.
- گزینه ۲: هر کس اطرافش را به دقت نگاه کند، اموری را می‌بیند که ارزش فکر کردن دارند.
- گزینه ۳: پدران‌تان را در کار یاری دهید و مادران‌تان را در امور خانه کمک کنید.

گزینه ۴: افتخار تنها به خردی استوار، شرم و پاکدامنی و ادب است.

۱۷. **گزینه ۴** ترجمه عبارت درست: بی گمان نیوتون قانون جاذبه را کشف کرد که دانشمندان زیادی از آن در تحقیقاتشان استفاده کردند.

نکته: «إِنَّ» به معنای قطعاً همانا و بی گمان است و به جمله معنی تأکید می دهد.

ترجمه های گزینه های دیگر:

گزینه ۱: خداوند لطف و فضل بزرگی بر ما دارد زیرا که او به ما زندگی و هر آنچه از خیرات در آن است، بخشیده است.

گزینه ۲: تصمیم گرفتند مسجدی در شهر به عنوان باقیات صالحات برای خودشان، بسازند.

گزینه ۳: گویی برخی از آنها سعی کردند به زخمی پس از تصادفی که یک ساعت پیش اتفاق افتاد، کمک کنند.

در سه گزینه دیگر هیچ اداتی برای تأکید وجود ندارد.

۱۸. **گزینه ۱** ترجمه گزینه صحیح: برای دیدن ستارگان به پشت بام خانه رفتیم ولی امشب هیچ ستاره ای در آسمان نبود.

نکته: «لَا» قبل از «نجمه» «لَا»ی نفی جنس می باشد.

ترجمه گزینه های دیگر:

گزینه ۲: فردا امتحان مهمی دارم و نمی دانم چه بکنم.

نکته: «لَا» بر سر فعل مضارع آمده بدون آنکه آن را مجزوم کند و فعل مضارع را منفی کرده است.

گزینه ۳: در این زمین کشاورزی گل ها و گیاهن به دلیل نرسیدن نور خورشید نمی رویند.

«لَا» در این جمله نیز بر سر فعل مضارع آمده است و آن را منفی کرده است.

گزینه ۴: بهتر از کمک به دیگران نمی بینم.

«لَا» بر سر فعل مضارع آمده و آن را منفی کرده است.

۱۹. **گزینه ۳** فعل تعجب بر وزن «ما أفعل» است.

۲۰. **گزینه ۲** ترجمه گزینه درست: پسر! با آنکه به تو چیزی نمی آموزد همنشینی نکن چرا که زمان را از دست می دهی.

«لَا» در فعل «لَا تُجَالِس» (لا النَّهَى) می باشد که فعل را مجزوم می کند.

ترجمه گزینه های دیگر:

گزینه ۱: بی گمان خدا دارای بخشش بر مردم است ولی بیشتر مردم سپاسگزاری نمی کنند. (لام) موجود بر سر ذو

گزینه ۳: هیچ هدفی با ارزش تر از ایجاد خوشحالی در قلب پدر و مادر وجود ندارد.

«لَا» قبل از غایه لا نفی جنس می باشد.

گزینه ۴: کارهای زیادی هست که باید انجامشان دهم ولی نمی دانم از کجا شروع کنم.

«لَا» بر سر أعراف لا نافية است که تأثیری بر فعل مضارع ندارد.

۲۱. **گزینه ۴** گزینه صحیح (۴) می باشد. برای حرکت در مسیر هدف، وجود اسوه و الگوهایی که راه را با موفقیت طی کرده و به

مقصد رسیده اند، بسیار ضروری است. از این رو قرآن کریم، پیامبر (ص) را به عنوان الگو معرفی می کند و می فرماید: "رسول خدا، برای

شما نیکوترین اسوه است."

و اما نادرستی سایر گزینه ها:

گزینه (۱) و (۳)، حدیث "به حساب خود رسیدگی کنید قبل از این که به حساب شما برسند"، از پیامبر اکرم بیانگر "محاسبه و ارزیابی"

یکی از اقدامات مربوط به گام برداشتن در مسیر بندگی و اطاعت خدا است که بعد از "مراقبت" می باشد.

گزینه (۲)، مطابقت کلام خدا در قرآن کریم که رسول خدا را برای ما نیکوترین اسوه معرفی کرده، اسوه قراردادن ایشان به این معنا

نیست که ما عین او باشیم و در همان حد عمل کنیم، بلکه بدین معناست که در حد توان از ایشان پیروی کنیم و خود را به راه و روش

ایشان نزدیک تر کنیم.

۲۲. **گزینه ۴**

۲۳. **گزینه ۱** خداوند، راه سعادت را قرین رضایت خود ساخته است؛ یعنی وقتی خدا از ما راضی خواهد بود که ما در مسیر سعادت و

خوشبختی خود گام برداریم. پس «خشنود کردن خداوند» مربوط به اقدام عهد بستن با خدا است.

و داستان زندگی پیامبران و بزرگان، گواه این مدعاست که آنان عزمی قوی داشتند و سرنوشت را به دست حوادث نمی سپردند و با

قدرت به سوی هدف قدم برمی داشتند.

۲۴. **گزینه ۳** این که «عاشق روشنایی از تاریکی می گریزد» مربوط به «بیزاری از دشمنان خدا و مبارزه با آنان» است.

و این که «وقتی محبت خداوند در دلی خانه کرد، آن دل محبت کسانی را که رنگ و نشانی از او دارند در خود می یابد...» اشاره به

«دوستی با دوستان خدا» دارد.

۲۵. **گزینه ۱** دینداری، با دوستی خدا آغاز می‌شود و برائت و بیزاری از دشمنان خدا را به دنبال می‌آورد. و جمله‌ی *لا اله الا الله* که پایه و اساس بنای اسلام است، مرکب از یک "نه" و یک "آری" است: "نه" به هر چه غیر خدایی است و "آری" به خدای یگانه. پس دینداری بر دو پایه استوار است: تولی (دوستی با خدا و دوستان او) و تبری (بیزاری از باطل و پیروان او).
۲۶. **گزینه ۴** ■ برخی می‌گویند: اگر قلب انسان با خدا باشد، کافی است و عمل به دستورات او ضرورتی ندارد، آن چه اهمیت دارد، دورن و باطن انسان است، نه ظاهر او. اما این توجیه، با کلام خداوند سازگار نیست. خداوند، عمل به دستوراتش را که توسط پیامبر ارسال شده است، شرط اصلی دوستی با خود اعلام می‌کند: «قُلْ اِنْ كُنْتُمْ تُحِبُّونَ اللّٰهَ فَاتَّبِعُونِي ...»
- و اما حدیث امام صادق (ع): «ما احب الله من عصابة؛ کسی که از فرمان خدا سرپیچی می‌کند، او را دوست ندارد» بیانگر پیروی از خداوند، اولین اثر از آثار محبت به خدا (اولین راه افزایش محبت به خدا) است.
۲۷. **گزینه ۲** توحید در خالقیت عبارت از این است که معتقد باشیم خداوند تنها مبدأ و خالق جهان است، موجودات همه مخلوق او هستند و در کار آفرینش شریک و همتایی ندارد. / معنای آیه‌ای که در گزینه ۱ آمده است به رد خدایانی که مشرکان به عنوان شریک خدا می‌گرفتند اشاره دارد نه به خالقیت خدا.
۲۸. **گزینه ۲** بیتی که در این سوال به آن اشاره شده به توحید عبادی اشاره دارد و آیه «قُلْ اِنَّ صَلَاتِي وَ نُسُكِي وَ مَحْيَايَ وَ مَمَاتِي لِلّٰهِ» همین جنبه از توحید را نشان می‌دهد.
۲۹. **گزینه ۲** «تقوای الهی پیشه کنید؛ هم در مورد بندگان خدا، هم در مورد شهرها و آبادی‌ها؛ چرا که شما در برابر همه اینها حتی سرزمین‌ها و چهارپایان مسئولید. خدا را اطاعت کنید و از عصیان او پرهیزید»
۳۰. **گزینه ۲** تسلیم بودن در برابر امیال نفسانی و فرمان‌پذیری از طاغوت، باعث می‌شود شخص، درونی ناآرام و شخصیتی ناپایدار داشته باشد؛ زیرا هم هوای نفس هر روز خواسته جدیدی جلوی روی او قرار می‌دهد و هم قدرت‌های مادی هر روز رنگ عوض می‌کنند و او را به بردگی جدیدی می‌کشانند.

۴۱. گزینه ۳

می‌دانیم: $f(a) = b \Rightarrow f^{-1} = a$

$$(f - 2g)(2) = f(2) - 2g(2) = 3 - 2 \underbrace{g(2)}_k = 3 - 2k$$

$$g(2) = k \Rightarrow g^{-1}(k) = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y \geq 2 \Rightarrow k + \frac{2}{k} = 2 \Rightarrow k^2 - 2k + 2 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \text{ غ.ق.ق.} \\ y < 2 \Rightarrow \frac{k}{3} + 2 = 2 \Rightarrow k = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (f - 2g)(2) = 3 - 2(0) = 3$$

۴۲. گزینه ۱

تابع f وارون پذیر است یعنی یک به یک است پس:

$$(-2, 7), (a+b, 7) \Rightarrow a+b = -2 \xrightarrow{\times(-1)} -a-b = 2$$

$$(-3, 9), (2a+b, 9) \Rightarrow 2a+b = -3 \quad 2a+b = -3$$

$$\boxed{a = -1} \quad -a-b = 2 \Rightarrow 1-b = 2 \rightarrow \boxed{b = -1}$$

$$a^2 + b^2 = 1 + 1 = 2$$

۴۳. گزینه ۲ ابتدا زوج مرتب $2f$ و $2f+g$ و fog را می‌یابیم.برای محاسبه‌ی $2f$ باید مؤلفه‌ی دوم f را در ۲ ضرب کنیم.

$$2f = \{(2, 2), (1, 12), (4, 12)\}$$

برای محاسبه‌ی $2f+g$ باید زوج مرتب‌های $2f$ ، g که مؤلفه‌ی اول برابر دارند، مؤلفه‌ی دوم آن‌ها را باهم جمع کنیم.

$$2f+g = \{(2, 6), (1, 14)\}$$

برای محاسبه‌ی زوج مرتب fog ، از تعریف تابع fog استفاده می‌کنیم.

$$Dfog = \{x \in Dg, g(x) \in Df\}$$

$$Dg \rightarrow g(x) \rightarrow f(x)$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \\ 2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \\ 6 \rightarrow 1 \rightarrow 6 \end{array} \right\} \Rightarrow fog = \{(1, 1), (2, 6), (6, 6)\}$$

$$\Rightarrow \frac{2f+g}{fog} = \left\{ \left(1, \frac{14}{1}\right), \left(2, \frac{6}{6}\right) \right\} = \{(1, 14), (2, 1)\}$$

۴۴. گزینه ۲ برای رسم $y = f\left(\frac{x}{2}\right)$ در نمودار تابع $y = f(x)$ ، طول نقاط را بر $\frac{1}{2}$ تقسیم می‌کنیم. (در واقع طول نقاط در ۲ ضرب می‌شوند).

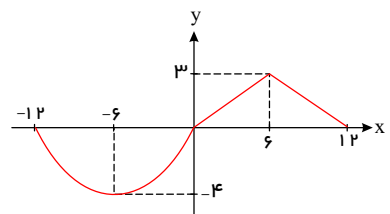
$$(-6, 0) \rightarrow (12, 0)$$

$$(-3, 3) \rightarrow (6, 3)$$

$$(0, 0) \rightarrow (0, 0)$$

$$(3, -4) \rightarrow (-6, -4)$$

$$(6, 0) \rightarrow (-12, 0)$$



$$\begin{aligned}\tan x + \cot x &= \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1}{\sin x \cos x} = \frac{2}{\sin 2x} \\ (\sin x + \cos x)^2 &= \frac{25}{16} \Rightarrow 1 + \sin 2x = \frac{25}{16} \Rightarrow \sin 2x = \frac{9}{16} \\ \Rightarrow \tan x + \cot x &= \frac{2}{\sin 2x} = \frac{2}{\frac{9}{16}} = \frac{32}{9}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos^2 x &= 1 - \sin^2 x = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \rightarrow \cos x = \pm \frac{4}{5} \xrightarrow{x \text{ ناحیه } 2} \cos x = -\frac{4}{5} \\ \cot x &= \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{-\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = -\frac{4}{3}\end{aligned}$$

$$\tan\left(\frac{17\pi}{2} + x\right) = \tan\left(8\pi + \frac{\pi}{2} + x\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\cot x = -\left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{4}{3}$$

۴۷. گزینه ۴ نقطه‌های $(\pi, -3)$, $(0, 1)$ باید در تابع صدق کند که فقط در تابع گزینه ۴ صدق می‌کند.

$$(0, 1) \rightarrow 1 = 2 \cos 0 - 1 \rightarrow 1 = 2 - 1 \Rightarrow 1 = 1$$

$$(\pi, -3) \rightarrow -3 = 2 \cos(\pi) - 1 \Rightarrow -3 = 2(-1) - 1 \Rightarrow -3 = -3$$

$$y = \sin(ax + b) \rightarrow T = \frac{2\pi}{|a|}$$

می‌دانیم:

چون حداقل و حداکثر تابع ۳ و -۳ می‌باشد، پس $a = \pm 3$ است، اما با توجه به این که $f(0) = a$ پس $a = 3$ از طرفی:

$$f(x) \text{ تابع } T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|}$$

با توجه به شکل تابع از $4,5 -$ تا $4,5$ دو مرتبه و نصفی تکرار می‌شود یعنی به اندازه $2,5T$ که با توجه شکل طول آن ۹ واحد است پس:

$$2,5T = 9 \rightarrow T = \frac{9}{2,5} \Rightarrow T = 3,6 \Rightarrow \frac{2}{|b|} = \frac{3,6}{10} \Rightarrow |b| = \frac{20}{3,6} = \frac{5}{9} \Rightarrow ab = \frac{5}{3}$$

۴۹. گزینه ۲ تمام زاویه‌ها به 20° تبدیل شود، داریم:

$$\cos 43^\circ = \cos(36^\circ + 7^\circ) = \cos 7^\circ$$

$$\cos 7^\circ = \cos(9^\circ - 2^\circ) = \sin 2^\circ$$

$$\frac{\sin(18^\circ - 2^\circ) + 3 \cos(9^\circ - 2^\circ) - \sin(9^\circ + 2^\circ)}{2 \sin(27^\circ - 2^\circ) - \cos(18^\circ + 2^\circ)} = \frac{\sin 2^\circ + 3 \sin 2^\circ - \cos 2^\circ}{-2 \cos 2^\circ + \cos 2^\circ} = \frac{4 \sin 2^\circ - \cos 2^\circ}{-\cos 2^\circ} =$$

$$-4 \tan 2^\circ + 1$$

$$= -4(0,375) + 1 = -1,5 + 1 = -\frac{1}{2}$$

۵۰. گزینه ۳

می دانیم:

$$y = k \cdot \sin(ax + b) \rightarrow T = \frac{2\pi}{|a|}$$

۱) $\max = 1,5 \Rightarrow$ قرار دهیم. \sin به جای عدد -1 می شود که این جا باید به جای \sin عدد -1 قرار دهیم.

$$\Rightarrow 1 - a = 1,5$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$۲) T = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 2$$

۳) $f'(0) < 0 \Rightarrow ab < 0 \xrightarrow{a < 0} b > 0 \Rightarrow b = 2$

$$a + b = \frac{3}{2}$$

$$f'(x) = a \cdot b \cdot \cos\left(bx - \frac{\pi}{6}\right) \rightarrow f'(0) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a \cdot b$$

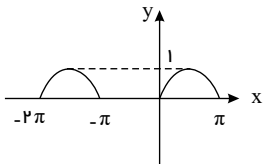
۵۱. گزینه ۲ با کمی دقت از روی نمودار معلوم است که: $f(0) = 4$ ، $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0$ می باشد. بنابراین:

$$\begin{cases} f(0) = 4 \Rightarrow a + b = 4 \\ f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow a - b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = b = 2 \Rightarrow \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{2 \times 2} = 2$$

۵۲. گزینه ۳

$$y = (\sqrt{\sin x})^2 \quad \sin x \geq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq \pi, -\pi \leq x \leq -2\pi$$

$$y = (\sqrt{\sin x})^2 = \sin x, 0 \leq x \leq \pi, -\pi \leq x \leq -2\pi$$



۵۳. گزینه ۴

اگر دو مجموعه جدا از هم باشند (یا دو پیشامد A ، B ناسازگار باشند) آنگاه: $P(A') + P(B') = 1,4 \Rightarrow 1 - P(A) + 1 - P(B) = 1,4$
 $P(A \cap B) = 0$ است.

$$0,6 = P(A) + P(B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_0 = 0,6$$

۵۴. گزینه ۲

A پیشامد زوج یا مضرب ۳ بودن عدد انتخاب شده می باشد.

$$n(S) = 9$$

$$A = \{2, 3, 4, 6, 8, 9\} \Rightarrow n(A) = 6$$

$$P(A) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

۵۵. گزینه ۱

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

A را پیشامد حالاتی می گیریم که مجموع دو تاس برابر ۵ باشد.

$$A = \{(1, 4), (4, 1), (2, 3), (3, 2)\}$$

$$P(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

۵۶. گزینه ۱ می دانیم مربع هر عدد فرد به صورت $1 + 8k$ است.

$$\text{فرد } a \Rightarrow a^2 = 8k + 1 \xrightarrow{\text{توان } 2} a^4 = 64k^2 + 16k + 1 = 16(q) + 1$$

بنابراین توان چهارم هر عدد فرد را می توان به صورت $16q + 1$ نمایش داد پس:

$$a^4 - b^4 = (16q + 1) - (16q' + 1) = 16t$$

۵۷. گزینه ۴

$$a = 1 \Rightarrow a^2 = a^3$$

۵۸. گزینه ۴ مثال: برای بقیه گزینه ها

$$۱) x = 1, y = \sqrt[3]{3} \Rightarrow x + y^3 = 4$$

$$۲) x = 0, y = \sqrt{2} \Rightarrow xy = 0$$

$$۳) x = 1, y = \sqrt{2} \Rightarrow x^2 + y^2 = 3$$

توضیح گزینه (۴): وقتی x گویاست x^2 نیز گویاست، بنابراین $x^2 + y$ مجموع یک عدد گویا و یک عدد گنگ است که قطعاً گنگ است.

۵۹. گزینه ۲

$$(n(n-1)(n^2+n+1), n(n-1)(n+1)) = 72$$

$$n(n-1)(n^2+n+1, n+1) = 72 \Rightarrow n(n-1) = 72 \Rightarrow n = 9$$

$$\Rightarrow n^2 + n = 81 + 9 = 90$$

$$\text{تذکر: } (n^2 + n + 1, n + 1) = (n^2, n + 1) = (n^2 - (n^2 - 1), n + 1) = (1, n + 1) = 1$$

۶۰. گزینه ۴

$$a^2 - b^2 = c \Rightarrow (a-b)(a+b) = 1 \times c \Rightarrow \begin{cases} a-b=1 \\ a+b=c \Rightarrow c=5 \end{cases} \xrightarrow{\text{۲ عدد اول متوالی}} \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=10$$

۶۱. گزینه ۳ طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} a = 6q + 2 \\ a = 7q' + 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 7a = 42q + 14 \\ 6a = 42q' + 30 \end{cases}$$

$$\rightarrow a = 42(q - q') - 16 \rightarrow a = 42(q - q') - 16 + 42 - 42 \rightarrow a = 42(q - q' - 1) + 26$$

بنابراین باقیمانده a در تقسیم بر ۴۲ برابر ۲۶ است.

۶۲. گزینه ۴ طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} d | 9n + 5 \\ d | n - 4 \end{cases} \rightarrow d | 9n + 5 - 9(n - 4) \rightarrow d | 41$$

۶۳. گزینه ۱ می دانیم $A^3 = A^2 \times A$ است پس درایه واقع بر سطر دوم و ستون سوم ماتریس A^3 از ضرب سطر دوم A^2 در

ستون سوم A به دست می آید.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & x & y \\ 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x & y \\ 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [0 \quad 1 \quad 2x] \quad (\text{سطر دوم ماتریس } A^2)$$

$$? = [0 \quad 1 \quad 2x] \begin{bmatrix} y \\ x \\ 1 \end{bmatrix} = 0 + x + 2x = 3x$$

۶۴. گزینه ۳ چون B ماتریس خودتوان است پس $B^2 = B$. پس $B^n = B$ داریم:

$$\begin{aligned}
 (B+I)^6 &= \binom{6}{0} B^6 + \binom{6}{1} B^5 + \binom{6}{2} B^4 + \dots + \binom{6}{6} I \\
 &= \binom{6}{0} B + \binom{6}{1} B + \binom{6}{2} B + \dots + \binom{6}{5} B + I \\
 &= \left(\binom{6}{0} + \dots + \binom{6}{5} \right) B + 6I = (2^6 - 1)B + 6I = 63B + I \\
 B^2 &= B \Rightarrow B^2(B+I)^6 = B(63B+I) = 63B^2 + B = 63B + B = 64B
 \end{aligned}$$

۶۵. گزینه ۱

$$? = |-2(A)^3| = (-2)^2 |(A)^3| = 4|A|^3$$

پس به $|A|$ احتیاج داریم. از طرفین رابطه داده شده در فرض مسأله دترمینان می گیریم:

$$|A^2| = \begin{vmatrix} |A| & |A|+3 \\ 2 & |A| \end{vmatrix} \Rightarrow |A|^2 = |A|^2 - 2(|A|+3)$$

$$\Rightarrow -2(|A|+3) = 0 \Rightarrow |A| = -3 \Rightarrow 1 - 2(A^t)^3 = 4(-3)^3 = -108$$

۶۶. گزینه ۳

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

یعنی ماتریس های شبه قطری در توان های زوج به قطری تبدیل می شوند.

$$\Rightarrow A^n = \begin{cases} I & n = 2k \\ A & n = 2k - 1 \end{cases}$$

$$A^{1396} - A^{1395} = I - A$$

۶۷. گزینه ۲ اولاً می دانیم:

$$(A+B)^2 = A^2 + AB + BA + B^2$$

در ضمن داریم:

$$A+B = \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = 2I \rightarrow (A+B)^2 = 4I$$

۶۸. گزینه ۳

$$\begin{cases} 2ax + y = -3 \\ 6x + (a+2)y = 3 \end{cases}$$

$$\text{شرط وجود بی شمار جواب: } \frac{2a}{6} = \frac{1}{a+2} = \frac{-3}{3} \rightarrow a = -3 \quad \left(\frac{-6}{6} = -1 = \frac{-3}{3} \text{ زیرا:} \right)$$

۶۹. گزینه ۴

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2^0 & 2^0 & 2^0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2^0 & 2^0 & 2^0 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2^1 & 2^1 & 2^1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2^1 & 2^1 & 2^1 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2^2 & 2^2 & 2^2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2^2 & 2^2 & 2^2 \end{bmatrix}$$

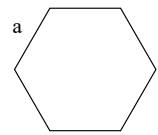
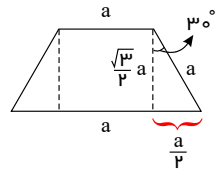
اگر به نظم موجود در A^n توجه کنید؛ داریم:

$$A^n = \begin{bmatrix} 2^{n-1} & 2^{n-1} & 2^{n-1} \\ 0 & 0 & 0 \\ 2^{n-1} & 2^{n-1} & 2^{n-1} \end{bmatrix} \rightarrow A^{12} = \begin{bmatrix} 2^{11} & 2^{11} & 2^{11} \\ 0 & 0 & 0 \\ 2^{11} & 2^{11} & 2^{11} \end{bmatrix}$$

→ مجموع درایه‌ها = $6 \times 2^{11} = 3 \times 2 \times 2^{11} = 3 \times 2^{12}$

۷۰. گزینه ۲ اگر دو ارتفاع دوزنقه را رسم کنیم آنگاه دو مثلث قائم الزاویه‌ی مساوی ایجاد می‌شود. با توجه به شکل داریم:

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} a(3a) = \frac{3\sqrt{3}}{4} a^2 \\ S_2 &= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{2}$$



۷۱. گزینه ۱ ضلع مربع را x و ضلع شش ضلعی را y فرض می‌کنیم.

$$6y = 4x \Rightarrow 3y = 2x \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{2}{3}$$

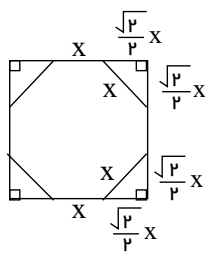
$$\frac{\text{مساحت شش ضلعی}}{\text{مساحت مربع}} = \frac{6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} y^2}{x^2} = \frac{3}{2} \sqrt{3} \left(\frac{y}{x}\right)^2 = \frac{3}{2} \times \sqrt{3} \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

پس مساحت شش ضلعی $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ برابر مربع است.

$$\text{مساحت شش ضلعی} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \times 12 = 8\sqrt{3}$$

۷۲. گزینه ۲ در این شکل، مثلث‌های اطراف هشت ضلعی منتظم، قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین‌اند. بنابراین اگر هر هشت ضلعی

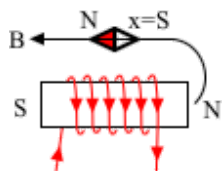
را برابر x قرار دهیم، مطابق شکل، اندازه‌ی هر ضلع مربع $(1 + \sqrt{2})x$ خواهد بود.



$$(1 + \sqrt{2})x = 2 + \sqrt{2} = \sqrt{2}(1 + \sqrt{2}) \Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} S_{\text{هشت ضلعی}} &= S_{\text{مربع}} - 4 \times S_{\text{مثلث}} = (2 + \sqrt{2})^2 - 4 \times \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} x\right)^2 = (2 + \sqrt{2})^2 - 2 \\ &= 4 + 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

۷۳. گزینه ۲



طبق قاعده دست راست، قطب‌های سیم لوله را معلوم می‌کنیم و می‌دانیم در خارج از آهنربا جهت میدان مغناطیسی از N به S است و عقربه طوری قرار می‌گیرد که خطوط میدان از قطب N خارج و به S وارد می‌شود.

۷۴. گزینه ۱ ابتدا اندازه‌ی نیرویی که از طرف میدان مغناطیسی بر ذره‌ی باردار متحرک وارد می‌شود را حساب کرده و سپس با استفاده از قانون دوم نیوتون، اندازه‌ی شتاب ذره که ناشی از تأثیر میدان است را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} F = qVB \sin \theta \\ F = ma \end{cases} \Rightarrow ma = qVB \sin \theta \Rightarrow a = \frac{qVB \sin \theta}{m}$$

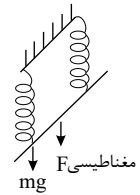
$$\Rightarrow a = \frac{50 \times 10^{-6} \times 10^3 \times 4 \times 10^{-3} \times \sin 90^\circ}{500 \times 10^{-6}} \Rightarrow a = 0,4 \frac{m}{s}$$

تذکر: حواسمون به واحد میلی‌تسلا باشد که باید به تسلا تبدیل شود.

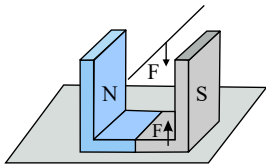
۷۵. گزینه ۱ با بستن کلید جریان وارد سیم می‌شود و از طرف میدان مغناطیسی آهنربا به سیم نیرو وارد می‌شود از طرفی چون هر کدام از نیروسنج‌ها ۰,۲ نیوتون بیشتر نشان می‌دهند، بنابراین نیروی وارد به سیم $0,2 \times 0,2 = 0,04 N$ بیشتر شده که در واقع این همان نیروی مغناطیسی وارد بر سیم است. بنابراین داریم:

$$F = 0,4 N \rightarrow BIL \sin \theta = 0,4 N$$

$$B \times 20 \times 0,2 \times 1 = 0,4 \rightarrow B = 0,1 T$$

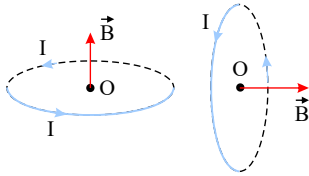


از طرفی چون نیروی وارد بر سیم رو به پایین است عکس‌العمل آن آبه آهنربا به سمت بالا وارد می‌شود بنابراین یک نیروی ۰,۴ نیوتونی آهنربا را به بالا می‌کشد پس ترازو ۰,۴ نیوتون کمتر نشان می‌دهد. چون در ابتدا ۱۰ N را نمایش داده است، در حال حاضر ۹,۶ N را نمایش می‌دهد.



۷۶. گزینه ۴

ابتدا طبق قاعده دست راست جهت هر میدان را در نقطه O مشخص می‌کنیم



طبق رابطه $B = \mu_0 \frac{I}{2r}$ ، چون جریان و شعاع هر دو حلقه یکسان است میدان هر کدام نیز با هم برابر خواهد شد و چون میدان‌ها عمود بر هم هستند برآیند آنها برابر خواهد شد با:

$$BT = \sqrt{B^2 + B^2} = B\sqrt{2}$$

طبق گفته سؤال میدان برآیند $(T) = 4\pi \times 10^{-5}$ است. در نتیجه با جایگذاری داریم:

$$BT = B\sqrt{2} \rightarrow \frac{BT = 4\pi \times 10^{-5}}{B = \mu_0 \frac{I}{2r}} \rightarrow 4\pi \times 10^{-5} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times I}{2 \times 0,1}$$

$$\times \sqrt{2} \left(\begin{array}{l} 20 \text{ cm} = \text{قطر} \\ 0,1 \text{ m} = 10 \text{ cm} = \text{شعاع} \end{array} \right) \text{ توجه کنیم چون}$$

$$\rightarrow I = \frac{20}{\sqrt{2}} = 20 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2} (A)$$

۷۷. گزینه ۲ اگر جهت مثبت را به سمت پایین بگیریم، معادله سرعت به صورت زیر درمی‌آید.

$$V = gt \Rightarrow V = 10t$$

$$\begin{cases} t_1 = 2,5 \Rightarrow V_1 = 25 \frac{m}{s} \\ t_2 = 3,5 \Rightarrow V_2 = 35 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\Delta y = \frac{V_1 + V_2}{2} \Delta t = \frac{25 + 35}{2} \times 1 = 30 \frac{m}{s}$$

۷۸. گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱) واکنش نیروی mg به زمین وارد می‌شود. (غلط)

گزینه ۲) عکس‌العمل T_2 به نخ وارد می‌شود. (غلط)

گزینه ۳) T_2 به سقف و T_1 به جسم وارد می‌شود و ربطی به هم ندارند. (غلط)

گزینه ۴) چون T_1 از طرف نخ وارد شده پس واکنش T_1 به نخ وارد می‌شود. (درست)

۷۹. گزینه ۳ جسم در لحظه $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 7s$ جسم در جهت منفی محور حرکت می‌کند. در این صورت می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-14 - 30}{7 - 3} = -\frac{44}{4} = -11 m/s$$

۸۰. گزینه ۱ سرعت متحرک در هر لحظه برابر شیب خط مماس بر منحنی $x-t$ در آن لحظه است. در نمودار $x-t$ متحرک، خط

مماس بر منحنی در لحظه $t = 8 \text{ min}$ از نقاط $(0 \text{ min}, 0 \text{ m})$ و $(2 \text{ min}, 12 \text{ m})$ عبور می‌کند. بنابراین:

$$8 \text{ min} \text{ سرعت در لحظه مماس} = \text{شیب خط مماس} = \frac{12 \text{ m} - 0 \text{ m}}{2 \text{ min} - 0 \text{ min}} = \frac{12 \text{ m}}{2 \text{ min}} = \frac{12 \text{ m}}{360 \text{ s}} = \frac{1}{30} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

پس پاسخ گزینه ۱ است.

۸۱. گزینه ۱

$$\begin{cases} mg - FN = ma \Rightarrow FN = mg - ma \\ mg - FN = m(-a) \Rightarrow FN = mg + ma \end{cases}$$

$$\Rightarrow FN - FN = 2ma \Rightarrow 4 = 2a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

۸۲. گزینه ۲

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{(\vec{6i} + \vec{9j}) - 0}{3} = \vec{2i} + \vec{3j}$$

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 2(\vec{2i} + \vec{3j}) \Rightarrow \vec{3i} - \vec{4j} - \vec{6i} + \vec{5j} + \vec{F}_3 = \vec{4i} + \vec{6j}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_3 = \vec{7i} + \vec{5j}$$

۸۳. گزینه ۴ در صورتی که جسم در تعادل باشد، نیروی خالص وارد بر جسم صفر است. در این صورت داریم:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F = f_s = 127 \text{ N}$$

۸۴. گزینه ۲ حجم آب جابه‌جا شده با حجم جسم برابر است. در این صورت داریم:

$$\rho = \frac{m}{v} \Rightarrow 2.4 = \frac{m}{10} \Rightarrow m = 24 \text{ g}$$

$$W = mg = m\left(\frac{1}{6}g_{\text{زمین}}\right) = 24 \times 10^{-3} \times \frac{1}{6} \times 10 = 4 \times 10^{-2} \text{ N}$$

۸۵. گزینه ۱

$$? \text{ mol Cu} = 4.8 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{64 \text{ g}} = 0.075 \text{ mol Cu}$$

$$0.075 \text{ mol Cu} = 0.075 \text{ mol Zn}$$

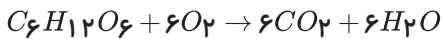
$$? \text{ g Zn} = 0.075 \text{ mol Zn} \times \frac{65 \text{ g Zn}}{1 \text{ mol Zn}} = 4.875 \text{ g Zn}$$

۸۶. گزینه ۴

$$1 \text{ mol H}_2 = 2 \text{ gr} = 6.02 \times 10^{23} \text{ ذره}$$

$$? \text{ مولکول H}_2 = 3 \text{ g H}_2 \times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ مولکول H}_2}{2 \text{ g H}_2} = 9.03 \times 10^{23} \text{ مولکول H}_2 \Rightarrow x = 9.03$$

گزینه ۴.۸۷



$$?LO_2 = 45g \text{ گلوکز} \times \frac{1 \text{ mol گلوکز}}{180g \text{ گلوکز}} \times \frac{6 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol گلوکز}} \times \frac{24LO_2}{1 \text{ mol } O_2} = 36LO_2$$

گزینه ۴.۸۸

$$?gC_9H_8O_4 = 1,5055 \times 10^{22} \text{ atom } C \times \frac{1 \text{ mol } C}{6,02 \times 10^{23} \text{ atom } C} \times \frac{1 \text{ mol } C_9H_8O_4}{9 \text{ mol } C} \times \frac{180gC_9H_8O_4}{1 \text{ mol } C_9H_8O_4}$$

$$= 0,5gC_9H_8O_4$$

گزینه ۲.۸۹

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow 0,25 \times 0,2 = 0,5 \times V_2$$

$$\Rightarrow V_2 = 1L \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{0,2} = 5 \quad \text{حجم در مرحله ی دوم ۵ برابر حجم اولیه است.}$$

گزینه ۳.۹۰

$$?molCO_2 = 26,4gCO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44gCO_2} = 0,6 \text{ mol } CO_2$$

$$?atomCO_2 = 0,6 \text{ mol } CO_2 \times \frac{3 \text{ mol atom}}{1 \text{ mol } CO_2} \times \frac{6,02 \times 10^{23} \text{ atom}}{1 \text{ mol atom}} = 1,08 \times 10^{24} \text{ atom}$$

گزینه ۴.۹۱

گزینه ۲.۹۲

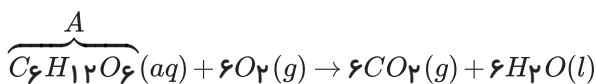
$$?LO_2 = 8960L_{\text{هوا}} \times \frac{20}{100} = 1792LO_2$$

$$?gC_6H_{12}O_6 = 1792LO_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{22,4LO_2} \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{6 \text{ mol } O_2} \times \frac{180gC_6H_{12}O_6}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6} = 2400gC_6H_{12}O_6$$

گزینه ۳.۹۳ کاتالیزگر فرآیند هابر آهن است و این فرآیند در دمای $450^\circ C$ ($732K$)، فشار 200 اتمسفر انجام می شود و در قسمت D مخلوط واکنش را سرد می کنیم تا آمونیاک به صورت مایع جدا بشود پس موارد C و D و E نادرست اند.

گزینه ۳.۹۴ باتوجه به نمودار ۲ صفحه ی ۸۷ کتاب درسی موارد گزینه ی ۳ صحیح است.

گزینه ۲.۹۵ ابتدا معادله ی واکنش اکسایش گلوکز را می نویسیم:



$$?LCO_2 = 0,5 \text{ mol } A \times \frac{6 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } A} \times \frac{44gCO_2}{1 \text{ mol } CO_2} \times \frac{1LCO_2}{1,1gCO_2} = 120LCO_2$$